

國立屏科實驗高級中等學校115學年度第1次專任教師甄選

國中部數學科教師初試試題

- ※ 考試時間：10：00～12：00，共120分鐘。
- ※ 本試題為非選擇題，共6頁，滿分100分。
- ※ 答案卷共5頁，請務必清楚標示題號以供評閱。交卷時，請連同本試題卷一併繳回。
- ※ 請於答案卷中詳列計算過程，否則不予計分。

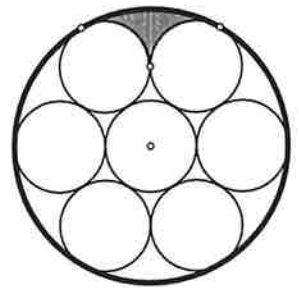
一、若實數  $x, y$  ( $0 < x, y < 5$ ) 滿足方程組 
$$\begin{cases} \sqrt{xy} + \sqrt{(5-x)(5-y)} = 4 \\ \sqrt{x(5-y)} + \sqrt{y(5-x)} = 5 \end{cases}$$

求  $x^3 + y^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(5分)

二、多項式  $f(x) = x(1-x)(1+x^2)$ ，選取積分區間  $a \leq x \leq b$ ，使得定積分  $\int_a^b f(x) dx$  達到最大值，

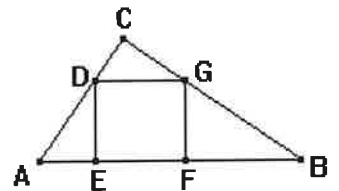
求最大值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(5分)

三、如圖，半徑為6的大圓內部正好放置七個大小都相等的小圓彼此相切，則陰影部份的面積等於  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(5分)



四、如圖， $\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ，且正方形  $DGEF$  內接於  $\triangle ABC$  內，使得  $D, G$  分別在  $\overline{AC}, \overline{BC}$  上，以及  $E, F$  在  $\overline{AB}$  上。試證：

$\overline{AB} \geq 3\overline{EF}$ 。(10分)

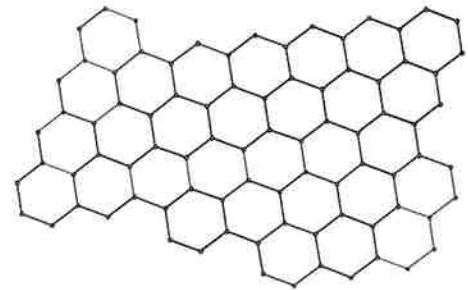


五、 $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，且  $D, E, F$  三點分別在  $\overline{BC}, \overline{CA}, \overline{AB}$  三邊上，使得  $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ，又  $\triangle BDF$  之面積為9， $\triangle AFE$  之面積為15， $\triangle DCE$  之面積為32，試求  $\triangle DEF$  與  $\triangle ABC$  面積之比值。(10分)

六、設  $a, b$  為整數，如果多項式  $x^2 - x - 1$  為多項式  $ax^{17} + bx^{16} + 1$  之因式，試求  $a$  與  $b$  之值。(10分)

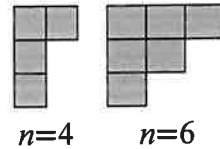
七、(1)如圖(一)。沿著格線裁剪，可以將此圖切割成  $n$  ( $n \geq 2$ ) 塊全等的圖形。

請問： $n$  的最小值為何？(4分) 承(1)，請用粗線畫在右圖(一)上，描繪出你切割的軌跡。(6分)【請於附件上作答】



圖(一)

(2)如圖(二)。一片多方塊是將若干個單位正方形以邊對邊完全密合的連接而成的形狀。



圖(二)：由  $n$  個單位正方形邊對邊連接而成的多方塊

請使用不多於 10 片的任意形狀之「多方塊」來構成一個  $9 \times 4$  的矩形，並且，須滿足以下條件：

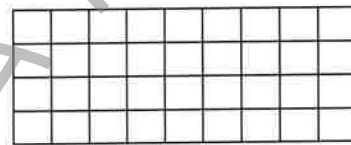
【條件 1】「多方塊」不可以重疊，也不可以有空格。

【條件 2】每片「多方塊」都是由面積最小的「多方塊」，經放大正整數倍後，再經過旋轉或鏡射後而成。

【條件 3】每片「多方塊」不可以是矩形。

【條件 4】其中至少有兩片「多方塊」的大小不同。

請用粗線畫在右圖(三)上，描繪出你利用多方塊拼接的軌跡。(5分)【請於附件上作答】

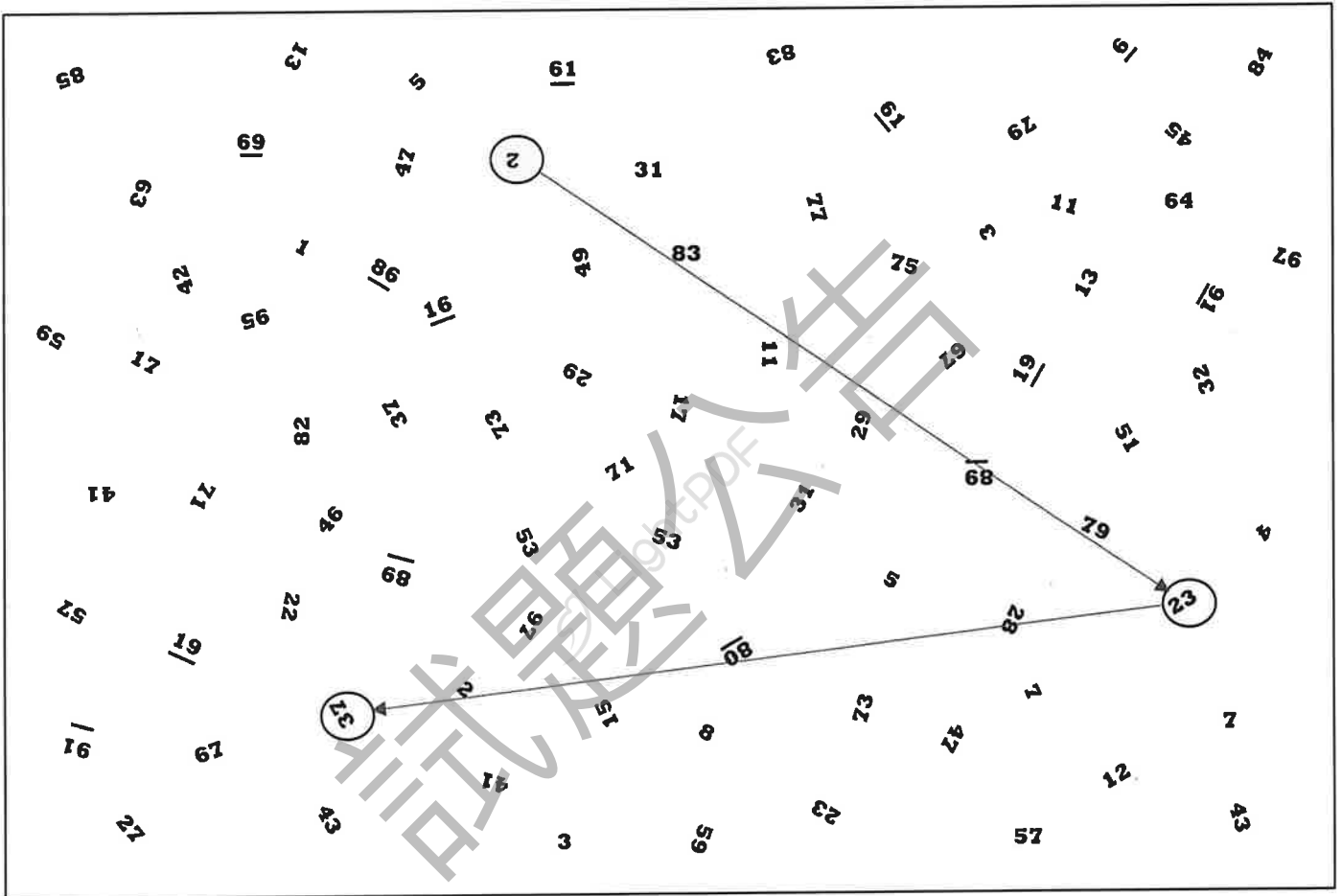


圖(三)

八、「文字接龍」(Word Chain) 是一種經典的文字益智型遊戲，參與者依據前一位玩家所喊出來的「語詞」之最後一個字/音作為開頭，再接上「新詞」，即能過關 (例如：雞蛋→蛋糕→高大→...)。在數學教育領域，有人將「語詞」更換成「質數」，形成「質數接龍」(Prime numbers Chain)。

(1)請於下圖中圈出 1~100 的所有質數。(5 分)

(2)請從 1~100 的 25 個質數中，任選一個質數作為「質數接龍」的「起始數」(用筆圈起來)；接續，再以「起始數」的個位數字作為下一個質數的首位，依據以上規則如圖所示。想一想：最長的「質數接龍」最多可包括幾個質數呢？請將您的答案寫下來。(15 分)【請於附件上作答】



「質數接龍」任務單

九、下圖為 112 年國中教育會考數學科試題，此題為前 5 題答對率最低的題目。

(圖四)為某縣市學生的作答反應，請回答下列問題：

5. 坐標平面上，一次函數  $y = -2x - 6$  的圖形通過下列哪一個點？

(A)  $(-4, 1)$

(B)  $(-4, 2)$

(C)  $(-4, -1)$

(D)  $(-4, -2)$

答案	全體		基礎		待加強		
	通過率	鑑別度	通過率	鑑別度	通過率	鑑別度	
B	0.7623	0.58	0.8707	0.32	0.3529	0.22	
選 項 分 析	考生人次	百分比	考生人次	百分比	考生人次	百分比	
	未作答	46	0.22	4	0.04	42	0.74
	複選	2	0.01	1	0.01	1	0.02
	A	748	3.50	144	1.35	604	10.69
	B	16305	76.23	9268	87.07	1994	35.29
	C	1750	8.18	466	4.38	1244	22.02
	D	2538	11.87	761	7.15	1765	31.24
全體	21389	100.00	10644	100.00	5650	100.00	

(圖四)

(1) 請問本題的評量重點為何？(2分)

(2) 請針對「待加強」學生的作答反應，分析其迷思概念。(3分)

十、屏科實中重視「科學領航」，且學生在 TISF 國際科展表現優異。學校欲選拔學生參加數學競賽（如：JHMC 或青少年數學國際城市邀請賽）及科學展覽。請規劃一份四週的「數學專題與競賽指導」彈性學習課程計畫。(15分)

課程名稱：			
授課年級：			
課程所跨之領域/科目：			
課程目標：			
評量機制(含評量方式及比例)：			
週次	學習活動		
	單元主題	學生學習重點	教師教學重點與策略
1			
2			
3			
4			

【附件】

