

# 國立屏科實驗高級中等學校 114 學年度第 1 次專任教師甄選

## 高中部 數學科 教師 初試試題

※ 考試時間：10：00~12：00，共 120 分鐘。交卷時，請連同本試題卷一併繳回。

※ 本試題為非選擇題，共 2 頁，滿分100分。

※ 答案卷共 5 頁，請務必清楚標示題號並詳列計算過程以供評閱。無計算紙。

1. (1)若已知平面上不平行兩向量 $\vec{a} = (x_1, y_1)$ ， $\vec{b} = (x_2, y_2)$ ，則 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 兩向量所決定的平行四

邊形面積為行列式 $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}$ 的絕對值，試證明之。(4分)

(2)在空間中三個不共平面的向量 $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$ ， $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$ ， $\vec{c} = (x_3, y_3, z_3)$ ，則此三個

向量所決定的平行六面體體積為行列式 $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$ 的絕對值，試證明之。(6分)

2. 設有一道數學題為「已知實數 $x, y$ 滿足 $x^2 - 2x + y^2 - 4y = -4$ ，求 $|2x + y + 3|$ 的最小值。」，請你使用兩種不同的方法去解這道題，並把解題過程及使用到的重要公式詳細寫出來。(10分)

※備註：假設解題過程中使用到正弦函數的兩倍角公式，則請你將 $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$ 這個公式寫出來。

3. (1)解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 11x+9y=13 \\ 13x+10y=16 \end{cases}$  (2分)

(2)用克拉瑪公式的幾何意義來完整說明(1)的解。(8分)

4. 假設 $p, q, r > 0$ ，算幾不等式依然成立，即 $\frac{p+q+r}{3} \geq \sqrt[3]{pqr}$ 。

利用類似的方法推導廣義柯西不等式：

已知 $a, b, x, y, m, n > 0$ 。試證明： $(axm+byn)^3 \leq (a^3+b^3)(x^3+y^3)(m^3+n^3)$ 。(10分)

5. 甲、乙、丙三人依甲、乙、丙、甲、乙、丙、…之次序輪流擲一公正的骰子進行比賽，並規定任何一人擲出6點時，即立刻出局，由剩下的參賽者持續骰子，直至最後一位擲出6點時，比賽停止。

(1)令 $A, B, C$ 分別代表甲、乙、丙是第一位出局的事件，試求 $A, B, C$ 三事件的機率(即 $P(A), P(B)$ ，及 $P(C)$ )。(5分)

(2)令 $D$ 代表甲是第二位出局的事件，試求 $P(D)$ 。(5分)

6. 設 $w$ 為1之 $n$ 次方根，若 $k = 1 + 2w + 3w^2 + \dots + nw^{n-1}$

求(1)  $k =$ \_\_\_\_\_ (以 $n, w$ 表示) (5分)

(2)請證明： $\frac{n}{2} \leq |k| \leq \frac{n(n+1)}{2}$  (5分)

7. 設 $x, y \in R$ ，滿足 $x^2 + (y + 4)^2 \leq 1$ ，則 $\frac{x+y-3}{x-y+1}$ 之最大值(5分)及最小值(5分)?

8. 國立屏科實中為一所科學園區實驗高中，因此希望老師能夠鼓勵並且帶領學生進行專題研究，進而參加分區科展或國際科展等專題研究比賽。如果希望老師從高一開始指導學生進行專題研究，到高二下學期可以完成專題研究報告為目標，請你就構想期（高一上學期）、發展期（高一下學期）、執行期（高一下至高二上）及產出期（高二上學期末至高二下）四個期程分別說明各個期程中「學生主要任務與目標」與「教師指導重點」為何？請以條列的方式陳述。(15分)

9. 依據統計，多數高中生認為三角函數、對數、排列組合是高中數學學習難點，請就三角函數、對數、排列組合擇一單元，描述學生可能會有哪些迷思概念及如何引導學生學習。(15分)

公

告